

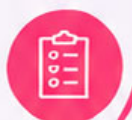
با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!



ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها



دانلود رایگان آزمون های آزمایشی
قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...



دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس



دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی
(نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی



دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی
و شب امتحانی

همه چیز
برای موفقیت
تو!

Google

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه

کافیست هر فایلی که نیاز دارید
را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir



t.me/irantooshe



گام به گام ریاضی و آمار دهم انسانی - فصل ۳

تابع

فهرست

درس اول: مفهوم تابع

۵	۱	فعالیت ۰ صفحه ۵۶ — مساحت و محیط دایره؛ متغیر مستقل و وابسته
۶	۲	فعالیت ۰ صفحه ۵۶ — جدول مقادیرها و زوج‌های مرتب
۶	۳	کار در کلاس ۰ صفحه ۵۷ — رابطه خطی $y = 2x - 3$: جدول، نمودار پیکانی و مختصات
۷	۴	سؤال — رابطه $y = x^2$: جدول، نمودار پیکانی و مختصات
۹	۵	فعالیت ۰ صفحه ۵۹ — تشخیص تابع از روی نمودار پیکانی، زوج مرتب و نمودار مختصاتی
۱۲	۶	کار در کلاس ۰ صفحه ۶۱ — نمایش‌های مختلف یک تابع (جدولی، توصیفی، زوج مرتبی، مختصاتی، پیکانی)
۱۴	۷	تمرین ۰ صفحه ۶۲ — تابع‌سازی از رابطه، تشخیص تابع و محاسبه مجهول

درس دوم: ضابطه جبری تابع

۱۶	۸	فعالیت ۰ صفحه ۶۵ — دامنه، ضابطه و برد تابع
۱۸	۹	کار در کلاس ۰ صفحه ۶۶ — دامنه و برد از روی نمودار و زوج مرتب

۱۰ تمرین ۰ صفحه ۶۷ — تشخیص تابع، بُرد از روی ضابطه و نمودار ۲۱

درس سوم: نمودار تابع خطی

۱۱ فعالیت ۰ صفحه ۷۰ — طول فنر بر حسب وزنه؛ تابع خطی ۲۸

۱۲ فعالیت ۰ صفحه ۷۲ — تولید لوله‌های آبیاری؛ جدول و نمودار ۳۰

۱۳ کار در کلاس ۰ صفحه ۷۳ — تعیین ضابطه تابع خطی از دو نقطه ۳۰

۱۴ کار در کلاس ۰ صفحه ۷۳ — عمق و دمای سنگ‌ها در زیر زمین ۳۱

۱۵ کار در کلاس ۰ صفحه ۷۴ — برآورد جمعیت با مدل رشد خطی ۳۲

۱۶ کار در کلاس ۰ صفحه ۷۵ — محیط و مساحت مستطیل؛ تابع خطی ۳۳

۱۷ کار در کلاس ۰ صفحه ۷۵ — ضابطه تابع خطی گذرنده از مبدأ ۳۳

۱۸ تمرین ۰ صفحه ۷۵ — ضابطه و نمودار تابع خطی؛ کاربردها ۳۴

درس چهارم: نمودار تابع درجه ۲

۱۹ فعالیت ۰ صفحه ۷۷ — میزهای جلسه با محیط ثابت؛ مساحت بر حسب ضلع ۳۷

۲۰ فعالیت ۰ صفحه ۷۸ — هزینه و سود گروه نقاشی ساختمانی ۳۸

۲۱ فعالیت ۰ صفحه ۸۰ — نمودار تابع $f(x) = x^2$ ۴۰

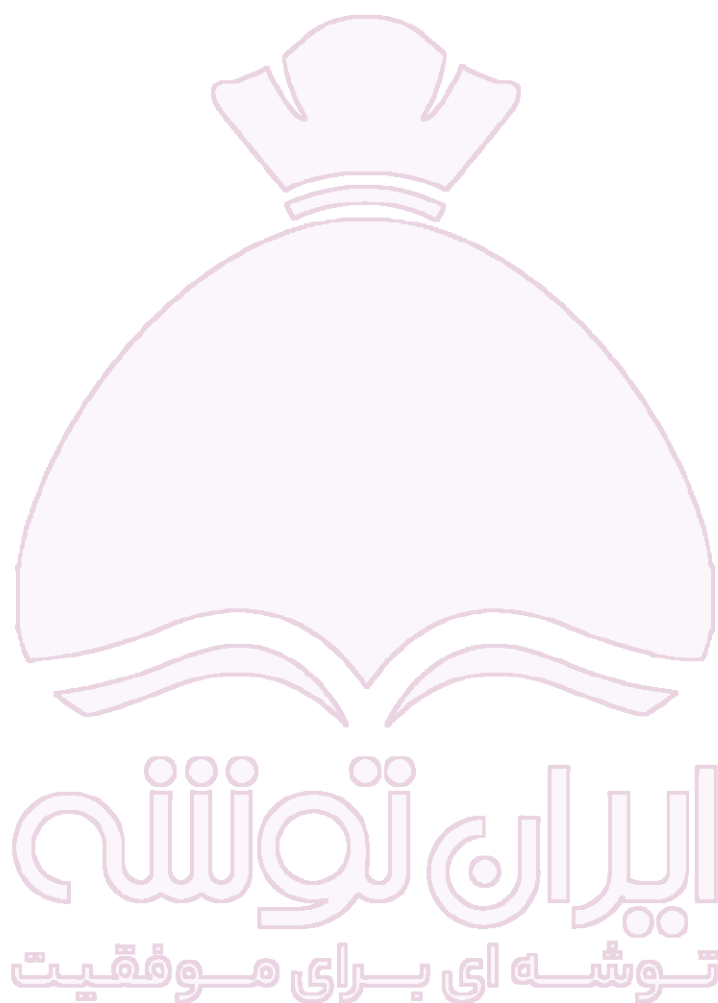
۲۲ کار در کلاس ۰ صفحه ۸۱ — نمودار تابع $f(x) = 4 - x^2$ ۴۰

۲۳ کار در کلاس ۰ صفحه ۸۱ — رأس سهمی ۴۰

۲۴ کار در کلاس ۰ صفحه ۸۲ — رسم نمودار سهمی با کمک رأس و جدول ۴۱

۲۵ کار در کلاس ۰ صفحه ۸۳ — نمودار دو تابع درجه دوم ۴۲

۲۶ تمرین ۰ صفحه ۸۴ — رسم سهمی و بیشینه‌ی سود ۴۳



درس اول: مفهوم تابع

این فایل توسط سایت ایران توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir



۱

فعالیت

صفحه ۵۶

می‌دانیم مساحت دایره از تساوی $S = \pi r^2$ به دست می‌آید که در این رابطه π عددی ثابت است که تقریباً $\pi = 3/14$ در نظر گرفته می‌شود و r شعاع دایره است:

۱. آیا متغیر S تابعی از شعاع دایره است؟ بله

۲. آیا محیط دایره نیز تابعی از شعاع است؟ محیط دایره $2\pi r$ می‌باشد بنابراین محیط دایره نیز تابعی از شعاع است.

۳. کدام متغیر، مستقل و کدام متغیر، وابسته است؟ شعاع دایره به صورت مستقل تغییر می‌کند بنابراین متغیر مستقل است و مساحت دایره و محیط دایره متغیر وابسته می‌باشند که این دو وابسته به تغییرات شعاع دایره می‌باشد.

۴. جدول زیر را کامل کنید.

بر حسب سانتی‌متر (شعاع) r	۱	۱/۵	۲	۳	۴
بر حسب سانتی‌متر مربع (مساحت) S	π	$2/25\pi$	4π	9π	16π
بر حسب سانتی‌متر (محیط) P	2π	3π	4π	6π	8π

در رابطه خطی $y = 3x + 1$ نیز y تابعی از تغییرات متغیر مستقل x است یعنی وقتی x را به دلخواه و مستقل، تغییر می‌دهیم، y نیز تغییر می‌کند. حال اگر x ها را روی محور افقی و y های حاصل را روی محور عمودی در نظر بگیریم به ازای هر x و y حاصل، یک نقطه در صفحه مشخص می‌شود که آن را با یک زوج به شکل (x, y) نمایش می‌دهیم، که ترتیب قرار گرفتن x و y در این زوج اهمیت دارد و به همین دلیل آن را یک زوج مرتب می‌نامیم. در زوج مرتب (x, y) ، x را مؤلفه یا مختص اول و y را مؤلفه دوم می‌نامیم.

(اگر $(a, b) = (c, d)$ آنگاه $a = c$ ، $b = d$ و بر عکس اگر $a = c$ ، $b = d$ آنگاه $(a, b) = (c, d)$)

۱. جدول زیر را کامل کنید.

$$y = 3x + 1$$

۲	$\sqrt{2}$	۱	$\frac{2}{3}$	۰	-۱	x
۷	$3\sqrt{2} + 1$	۴	۳	۱	-۲	y
(۲, ۷)	$(\sqrt{2}, 3\sqrt{2} + 1)$	(۱, ۴)	$(\frac{2}{3}, 3)$	(۰, ۱)	(-۱, -۲)	(x, y)

۲. مشابه قسمت ۱ جدولی برای $y = x^2$ تشکیل دهید.

$$y = x^2$$

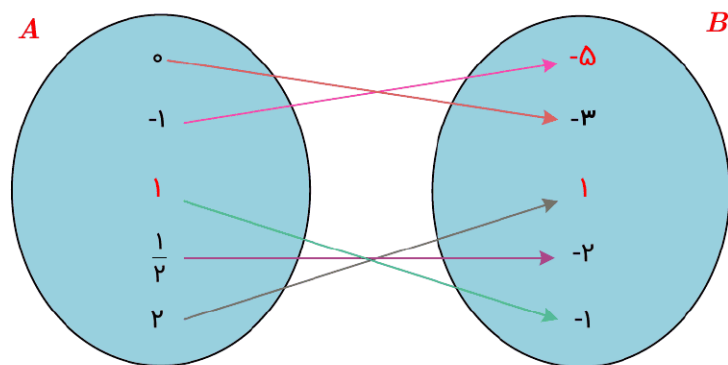
۲	۱	۰	-۱	-۲	x
۴	۱	۰	۱	۴	y
(۲, ۴)	(۱, ۱)	(۰, ۰)	(-۱, ۱)	(-۲, ۴)	(x, y)

استفاده از نمودار ون و رسم پیکان‌هایی از طرف متغیر مستقل به سمت متغیر وابسته به درک ارتباط بین این دو متغیر کمک می‌کند.

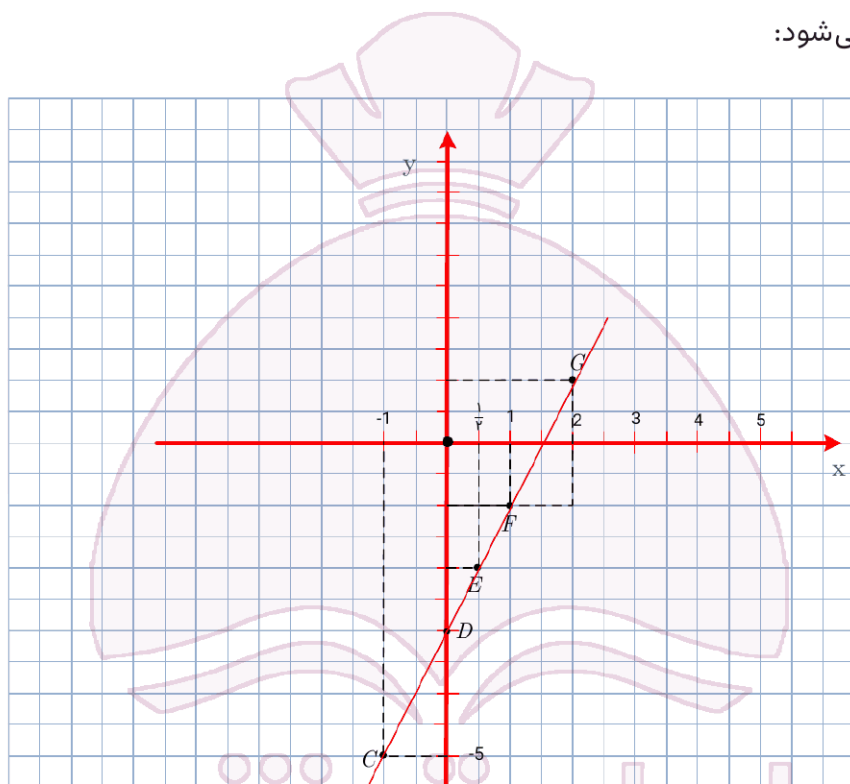
با توجه به رابطه خطی $y = 2x - 3$ اگر فرض کنیم، x ها یا متغیرهای مستقل اعضای مجموعه $A = \{0, 1, -1, \frac{1}{2}\}$ باشند ابتدا جدول مربوط به این رابطه مشابه جدول قبل را تشکیل داده و سپس نمودار پیکانی آن را رسم می‌کنیم. (جاهای خالی را پر کنید).

$$y = 2x - 3$$

۲	۱	$\frac{1}{2}$	۰	-۱	x
۱	-۱	-۲	-۳	-۵	y
(۲, ۱)	(۱, -۱)	$(\frac{1}{2}, -۲)$	(۰, -۳)	(-۱, -۵)	(x, y)
G	F	E	D	C	



اگر هر یک از زوج مرتب‌های جدول فوق را یک نقطه در صفحه فرض کنیم نمودار مختصاتی رابطه خطی فوق به صورت زیر رسم می‌شود:



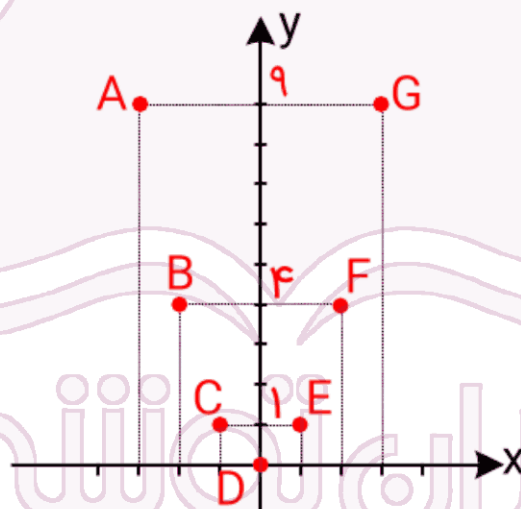
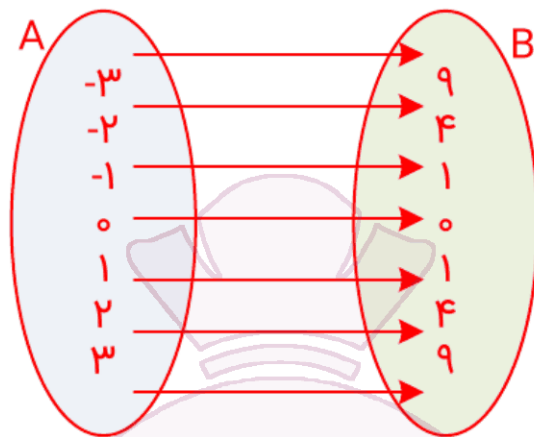
سؤال

۴

برای رابطه $y = x^2$ که $x \in A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ مشابه مثال قبل، جدول، نمودار پیکانی و نمودار مختصاتی را تشکیل دهید.

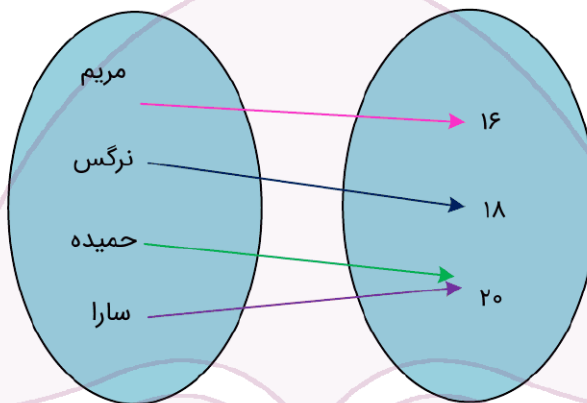
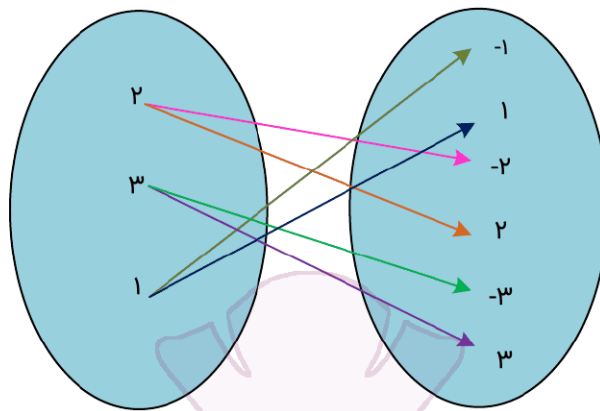
$$y = x^2$$

۳	۲	۱	۰	-۱	-۲	-۳	x
۹	۴	۱	۰	۱	۴	۹	y
$(۳, ۹)$ G	$(۲, ۴)$ F	$(۱, ۱)$ E	$(۰, ۰)$ D	$(-۱, ۱)$ C	$(-۲, ۴)$ B	$(-۳, ۹)$ A	(x, y)



توشه ای برای موفقیت

۱. کدام یک از رابطه‌ها که با نمودار پیکانی نمایش داده شده‌اند، تابع می‌باشند؟ چرا؟



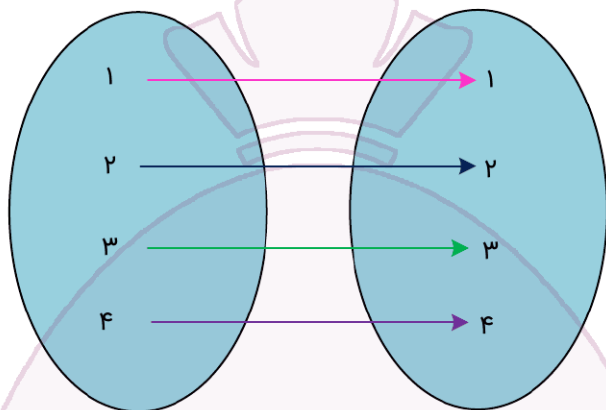
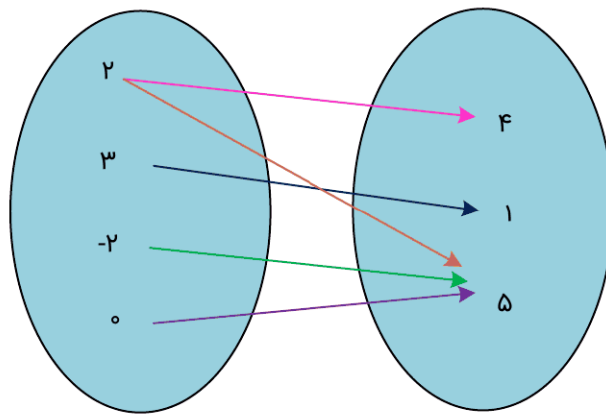
دانش آموزان

نمرات درس فیزیک

تابع نیست زیرا از اعضای مجموعه اول بیش از یک پیکان خارج شده است.

تابع است زیرا از تمام اعضای مجموعه اول فقط یک پیکان خارج شده است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



تابع نیست زیرا از عدد ۲ دو پیکان خارج شده است.

تابع است زیرا به ازای هر عدد از دامنه تنها یک عدد از برد وجود دارد.

۲. کدام مجموعه از زوج مرتب‌ها می‌تواند نمایش یک تابع باشد؟

الف) $F = (2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3)$ تابع است، زوج‌هایی با مؤلفه‌های اول یکسان و مؤلفه‌های دوم متفاوت نداریم.

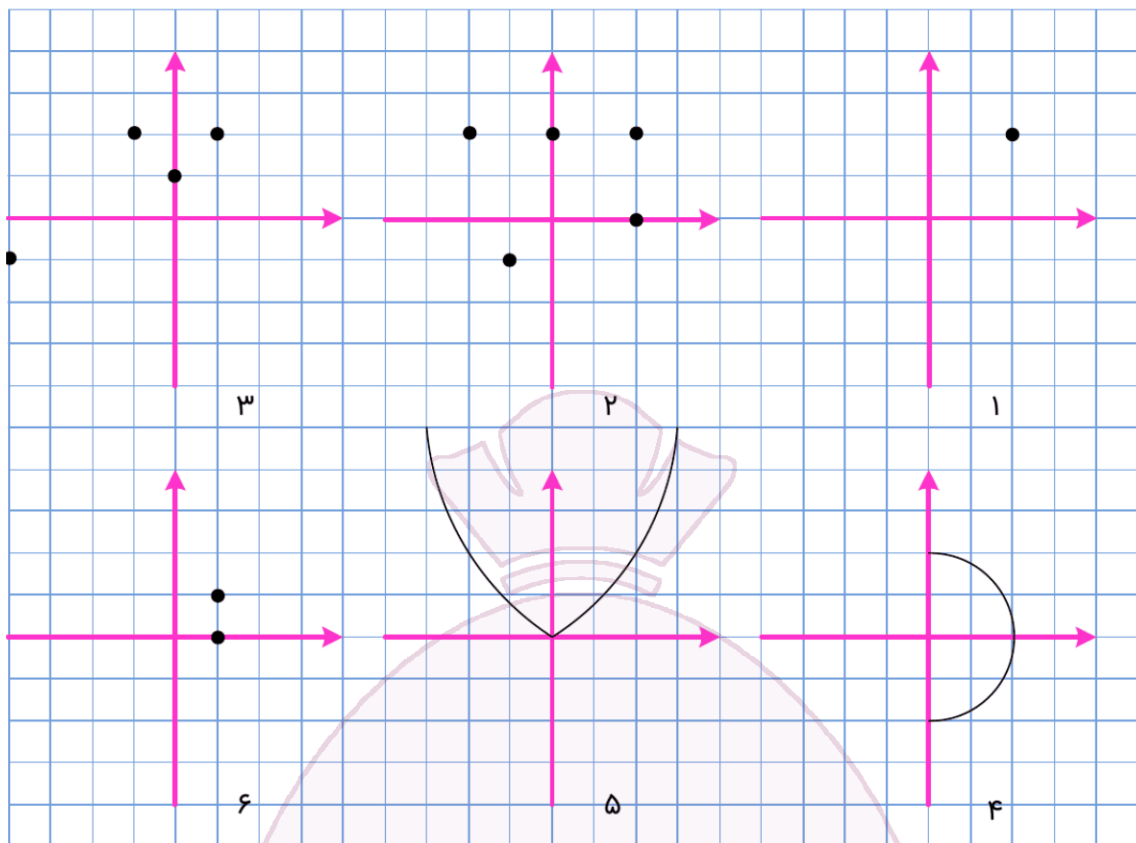
ب) $G = (4, 1), (2, -1), (1, -1), (4, 2)$ تابع نیست، در زوج مرتب اول و آخر با مؤلفه‌های اول یکسان (۴) مؤلفه‌های دوم متفاوت داریم.

پ) $H = (2, 3)$ تابع است، مؤلفه‌های اول یکسان و مؤلفه‌های دوم متفاوت نداریم.

ت) $I = (3, 3)$ تابع است. مؤلفه‌های اول یکسان و مؤلفه‌های دوم متفاوت نداریم.

ث) $J = (1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 4)$ تابع نیست، در زوج‌های مرتب (۲ و ۴) و (۲ و ۲) مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم متفاوت داریم.

۳. کدام یک از رابطه‌ها که نمودار مختصاتی آنها رسم شده است، تابع می‌باشند؟ چرا؟



۱) تابع است.

۲) تابع نیست زیرا وجود دو نقطه $(2,2)$ و $(2,2)$ دارای مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم متفاوت می‌باشد.

۳) تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها نمودار را فقط در یک نقطه قطع می‌کند.

۴) تابع نیست زیرا وجود دارد حداقل یک خط به موازات محور y ها که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند.

۵) تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها نمودار تابع را فقط در یک نقطه قطع می‌کند.

۶) تابع نیست زیرا دو نقطه موجود دارای مؤلفه اول برابر و مؤلفه دوم نابرابر می‌باشند.

۴. کدام یک از رابطه‌های تعریف شده زیر، تابع است و کدام تابع نیست؟ دلایل خود را بنویسید.

الف) رابطه‌ای که به هر شهر در ایران، سوغاتی آن شهر را نسبت می‌دهد. ☐ تابع است ☒ تابع نیست

تابع نیست چون شهر می‌تواند بیش از یک سوغاتی داشته باشد.

ب) رابطه‌ای که به هر فرد، روز تولد او را نسبت می‌دهد. ☒ تابع است ☐ تابع نیست

تابع است زیرا هر کس تنها یک روز تولد دارد.

پ) رابطه‌ای که به هر شهر، نماینده آن شهر در مجلس شورای اسلامی را نسبت می‌دهد. ☐ تابع است ☒ تابع نیست

تابع نیست

تابع نیست زیرا یک شهر ممکن است بیش از یک نماینده در مجلس شورای اسلامی داشته باشد.

ت) رابطه‌ای که به هر مسلمان، قبله او را نسبت می‌دهد. ☒ تابع است ☐ تابع نیست

تابع است زیرا همه‌ی مسلمانان تنها یک قبله دارند. (تابع ثابت)

صفحه ۶۱

کار در کلاس

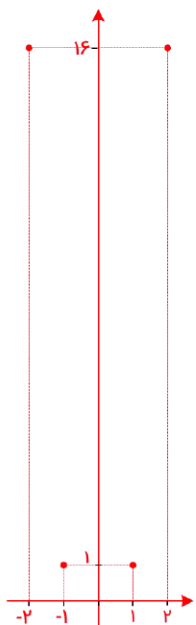
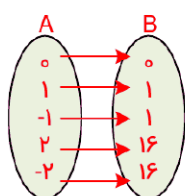
۶

در جدول زیر در هر سطری یکی از نمایش‌های رابطه‌ای مشخص شده است، ابتدا برای هر رابطه جاهای خالی را پر کرده و سپس تشخیص دهید که کدام رابطه، تابع است.

جدولی	توصیفی	نمایش زوج مرتبی	نمایش مختصاتی	نمایش پیکانی										
<table><tr><th>y</th><th>x</th></tr><tr><td>۳</td><td>۲</td></tr><tr><td>۴</td><td>۳</td></tr><tr><td>۵</td><td>۴</td></tr><tr><td>۶</td><td>۵</td></tr></table>	y	x	۳	۲	۴	۳	۵	۴	۶	۵	f رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه‌ی $A = \{۲, ۳, ۴, ۵\}$ واحد بالاتر از آن عضو تعلق می‌گیرد.	$f = \{(۲, ۳), (۳, ۴), (۴, ۵), (۵, ۶)\}$		
y	x													
۳	۲													
۴	۳													
۵	۴													
۶	۵													
<table><tr><th>y</th><th>x</th></tr><tr><td>۱</td><td>۱</td></tr><tr><td>۴</td><td>۲</td></tr><tr><td>۹</td><td>۳</td></tr><tr><td>۱۶</td><td>۴</td></tr></table>	y	x	۱	۱	۴	۲	۹	۳	۱۶	۴	f رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه‌ی $A = \{۱, ۲, ۳, ۴\}$ را نسبت می‌دهد.	$f = \{(۱, ۱), (۲, ۴), (۳, ۹), (۴, ۱۶)\}$		
y	x													
۱	۱													
۴	۲													
۹	۳													
۱۶	۴													

ایران توشه

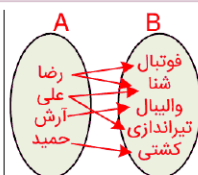
توشه‌ای برای موفقیت



$$f = \{(0, 0), (1, 1), (-1, 1), (2, 16), (-2, 16)\}$$

f رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه‌ی $A = 0, 1, -1, 2, -2$ چهارم آن را نسبت می‌دهد.

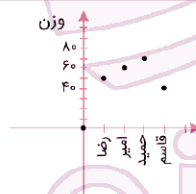
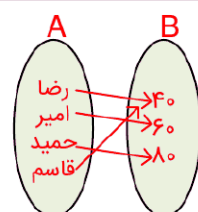
y	x
0	0
1	1
1	-1
16	2
16	-2



$f =$ و (علی, رضا, فوتبال) و (شنا) و (رضا, شنا) و (علی, آرش, والیبال), تیراندازی) و (حمید, کشتی)

f رابطه‌ای است که بیانگر آن است که رضا رشته ورزشی فوتبال و شنا و علی رشته ورزشی شنا و تیراندازی و آرش رشته والیبال و حمید رشته ورزشی کشتی را انتخاب کرده‌اند.

y	x
فوتبال	رضا
شنا	علی
والیبال	آرش
تیراندازی	علی
کشتی	حمید



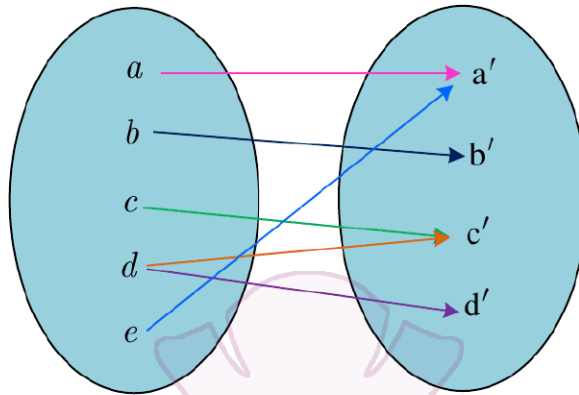
$f =$ و (امیر, رضا, 40) و (حمید, 80) و (60, قاسم, 40)

f رابطه‌ای است که بیانگر این است که رضا 40 کیلوگرم و امیر 60 کیلوگرم و حمید 80 کیلوگرم و قاسم 40 کیلوگرم وزن دارند.

y	x
40	رضا
60	امیر
80	حمید
40	قاسم

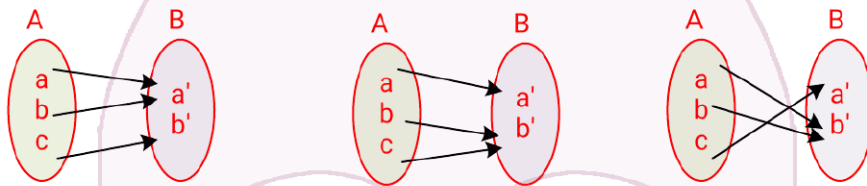
توشه‌ای برای موفقیت

۱. نمودار پیکانی یک رابطه رسم شده است با حذف کدام عضو این رابطه تابع خواهد شد؟



با حذف عضو d نمودار تابع می‌شود البته اگر یکی از پیکان‌های خارج شده از d را نیز حذف می‌کردیم باز هم تابع بود.

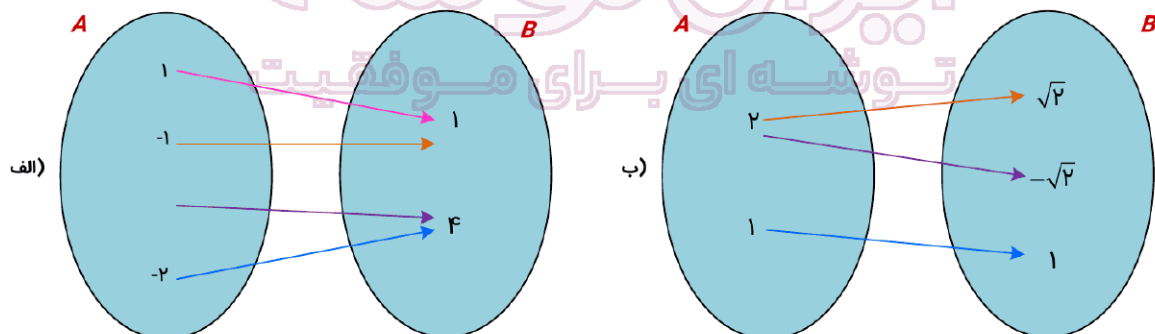
۲. اگر A مجموعه‌ی ۳ عضوی و B مجموعه‌ی ۲ عضوی فرض شود. سه تابع از مجموعه A به مجموعه B را تعریف کنید.



۳. در رابطه‌ی زیر جاهای خالی را اعدادی قرار دهید که این رابطه تابع نباشد؟

$$f = (2, 3), (2, 5), (3, 1), (3, 4)$$

۴. کدام رابطه تابع است و کدام رابطه تابع نیست؟ چرا؟



(الف) تابع است زیرا از هر یک از مؤلفه‌های مجموعه‌ی A فقط و فقط یک پیکان خارج شده است و اگر بخواهیم نمودار را به صورت زوج مرتب نمایش دهیم هیچ دو زوج مرتبی را نمی‌توانیم بیابیم که مؤلفه اول یکسان داشته باشد.

ب) تابع نیست زیرا عضو ۲ از مجموعه A به $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{2}$ وصل شده است یعنی از یک عضو از مجموعه A به بیش از یک عضو از مجموعه B پیکان وارد شده است و این دلیلی بر تابع نبودن رابطه است. $(2, \sqrt{2})$ و $(2, -\sqrt{2})$ که این زوج مرتبها مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم غیر یکسان دارند.

$$f = (2, 1), (3, 2), (2, 2), (3, 4), (5, 1) \text{ (پ)}$$

پ) تابع نیست $(2, 1), (2, 2)$ مؤلفه اول یکسان دارند و مؤلفه دومشان غیر یکسان است. همین طور $(3, 2), (3, 4)$.

ت) رابطه‌ای که به هر شخص، شماره ملی او را نسبت می‌دهد.

ت) تابع است زیرا هر نفر فقط و فقط یک شماره ملی دارد و شماره ملی یک امر منحصر به فرد می‌باشد.

۵. اگر رابطه‌ی f تابع باشد، در این صورت حاصل $x^2 + y^2$ را به دست آورید (مجموعه f را پس از محاسبه x و y بنویسید).

$$f = (2, x+y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x-y)$$

$$(5, 2), (5, x-y) \Rightarrow x-y=2$$

$$(2, 4), (2, x+y) \Rightarrow x+y=4$$

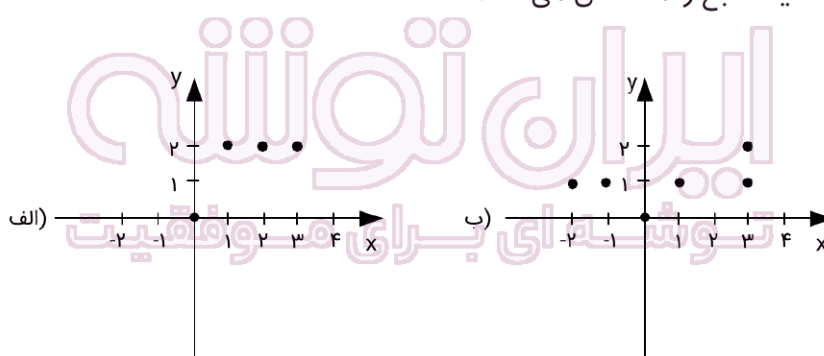
$$\Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3, y=1, x^2=9, y^2=1$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 9 + 1 = 10$$

$$f\{(2, 4), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, 2)\}$$

$$f = \{(2, 4), (5, 2), (3, 4)\}$$

۶. نمودار کدام رابطه یک تابع را مشخص می‌کند؟



الف) تابع است نقاط روی نمودار عبارتند از $f = \{(0, 0), (1, 2), (2, 2), (3, 2)\}$ که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه اول یکسان ندارند و یا می‌توان گفت هر خط به موازات محور y ها نمودار را فقط در یک نقطه قطع می‌کند که دلیل بر تابع بودن این نمودار می‌باشد.

ب) تابع نمی‌باشد ملاحظه می‌شود که نقاط $(۳, ۲)$ و $(۳, ۱)$ روی نمودار وجود دارند که این دو نقطه دارای طول یکسان می‌باشند و عرض متفاوت می‌باشد به عبارت دیگر در این ۲ زوج مرتب مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم غیر یکسان می‌باشد که باعث می‌شود نمودار تابع نباشد.

درس دوم: ضابطه جبری تابع

صفحه ۶۵

فعالیت

۸

با توجه به ضابطه هر تابع و مانند نمونه، مجموعه مقادیر یا برد هر تابع را مشخص کنید.

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 2x^2 + 1, \quad A = \{-1, \sqrt{2}, 2, 1, 0, \frac{1}{2}\}$$

$f(x) = 2x^2 + 1$	x
$f(-1) = 2 \times (-1)^2 + 1 = 3$	-1
$f(\sqrt{2}) = 2 \times (\sqrt{2})^2 + 1 = 5$	$\sqrt{2}$
$f(2) = 2 \times (2)^2 + 1 = 9$	2
$f(1) = 2 \times (1)^2 + 1 = 3$	1
$f(0) = 2 \times (0)^2 + 1 = 1$	0
$f(\frac{1}{2}) = 2 \times (\frac{1}{2})^2 + 1 = \frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$

(الف)

$$f: A \rightarrow B$$

$$f(x) = x^3 - 1, \quad A = \{1, -1, 0, 4, \sqrt[3]{3}, \frac{1}{3}, 2\}$$

$f(x) = x^3 - 1$	x
$1^3 - 1 = 0$	1
$(-1)^3 - 1 = -2$	-1
$0^3 - 1 = -1$	0
$4^3 - 1 = 63$	4
$(\sqrt[3]{3})^3 - 1 = 2$	$\sqrt[3]{3}$
$(\frac{1}{\sqrt[3]{2}})^3 - 1 = \frac{-2^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{2}}$	$\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$
$2^3 - 1 = 7$	2

$$\rightarrow R_f = \{0, -2, -1, 63, 2, \frac{-2^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{2}}, 7\}$$

(ب)

$$f: A \rightarrow B$$

$$f(x) = \sqrt{x+1} - 1, \quad A = \{0, -1, 8, 3, 2\}$$

$f(x) = \sqrt{x+1} - 1$	x
$\sqrt{0+1} - 1 = 0$	0
$\sqrt{-1+1} - 1 = -1$	-1
$\sqrt{8+1} - 1 = 2$	8
$\sqrt{3+1} - 1 = 1$	3
$\sqrt{2+1} - 1 = \sqrt{3} - 1$	2

$$\rightarrow R_f = \{0, -1, 2, 1, \sqrt{3} - 1\}$$

(پ)

$$f: A \rightarrow B$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2}, \quad A = \{-2, 0, 1, \sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}\}$$

$f(x) = \frac{x+1}{x-2}$	x
$\frac{-2+1}{-2-1} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$	-2
$\frac{0+1}{0-2} = -\frac{1}{2}$	0
$\frac{1+1}{1-2} = \frac{2}{-1} = -2$	1
$\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-2}$	$\sqrt{2}$
$\frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}-1} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = -3$	$\frac{1}{2}$

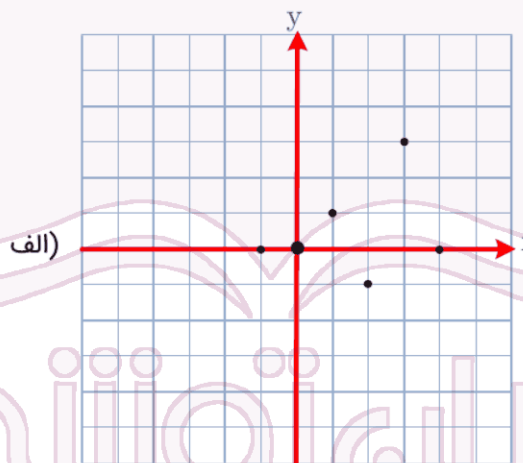
$$\rightarrow R_f = \left\{ \frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -2, \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-2}, -3 \right\}$$

صفحه ۶۶

کار در کلاس

۹

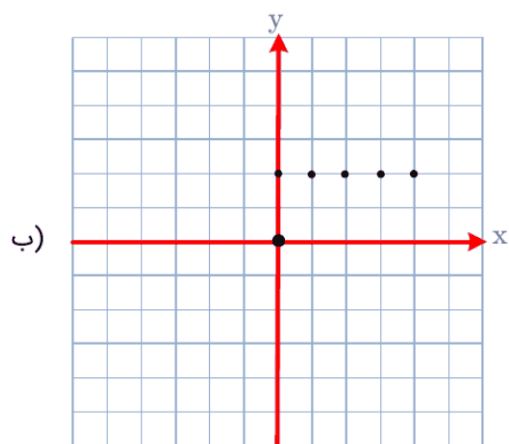
۱. برای هر یک از توابع زیر دامنه و بُرد را مشخص کرده و در صورت امکان ضابطه هر تابع را بنویسید.



$$f = \{(-1, 0), (1, 1), (2, -1), (3, 3), (4, 0)\}$$

$$D_f = \{-1, 1, 2, 3, 4\}$$

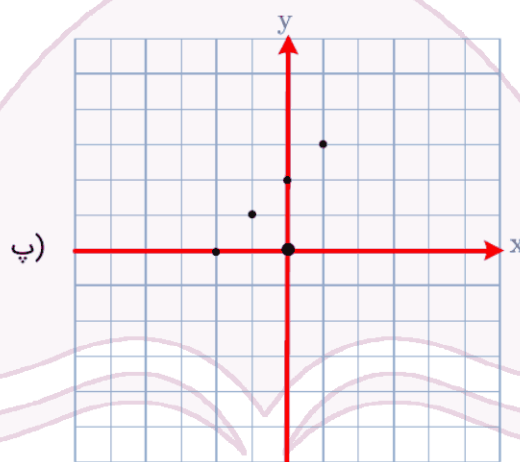
$$R_f = \{0, 1, -1, 3\}$$



$$g = \{(0, 2), (1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2)\}$$

$$D_g = \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad R_g = \{2\}$$

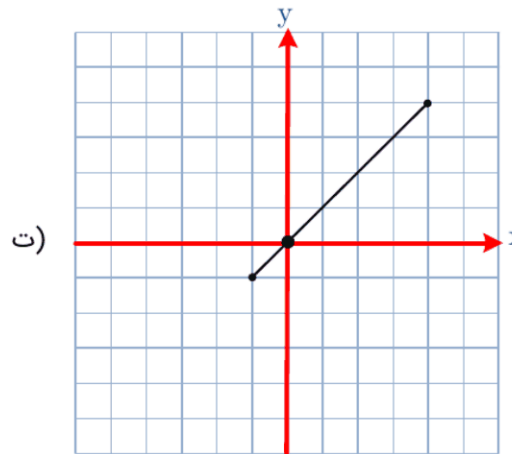
$$\{y = 2 \mid x \in W, x \leq 4\}$$



$$h = \{(-2, 0), (-1, 1), (0, 2), (1, 3)\}$$

$$D_h = \{-2, -1, 0, 1\}$$

$$R_h = \{0, 1, 2, 3\} \quad \{y = x + 2 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 1\}$$



$$D_L = [-1, 4] \quad R_L = [-1, 4]$$

$$\{y = x \mid -1 \leq x \leq 4\}$$

۲. دامنه و برد هریک از توابع زیر را مشخص کنید.

$$f: A \rightarrow B \quad B = ۲, ۳, ۴, ۵, \dots$$

$$f(x) = x + ۴ \quad A = ۲, \dots, \dots, \dots, \dots$$

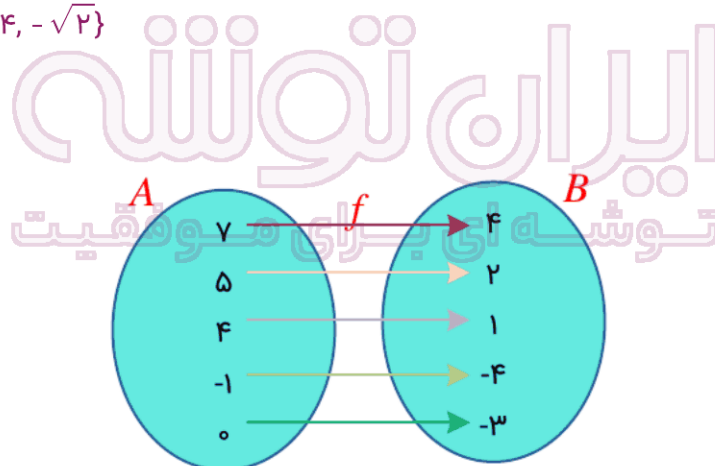
$$f(x) = x + ۴ \quad f(۲) = ۲ + ۴ = ۶ \Rightarrow R(f) = R = \{۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$$

$$D(f) = A = \{۲, -۲, -۱, ۰, ۱\}$$

$$f = (1, -1), (۲, -۲), (۳, -۳), (۴, -۴), (\sqrt{۲}, -\sqrt{۲})$$

$$\Rightarrow D_f = \{1, ۲, ۳, ۴, \sqrt{۲}\}$$

$$R_f = \{-1, -۲, -۳, -۴, -\sqrt{۲}\}$$

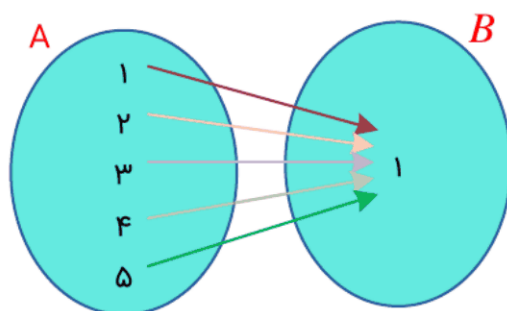


$$D_f = \{۷, ۵, ۴, -1, ۰\}$$

$$R_f = \{۴, ۲, ۱, -۴, -۳\}$$

پ)

(ت)



$$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$R_f = \{1\}$$

$$f = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (\frac{1}{p}, \frac{1}{p}), (\sqrt{2}, \sqrt{2}), (o, o)\} \text{ (ث)}$$

$$D_f = \{1, 2, 3, \frac{1}{p}, \sqrt{2}, o\}$$

$$R_f = \{1, 2, 3, \frac{1}{p}, \sqrt{2}, o\}$$

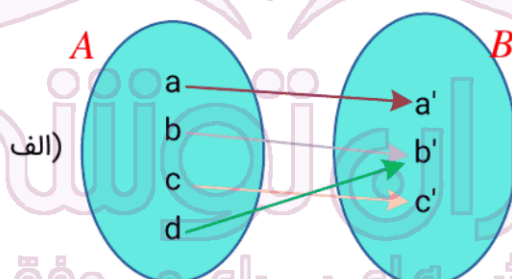
صفحه ۶۷

تمرین

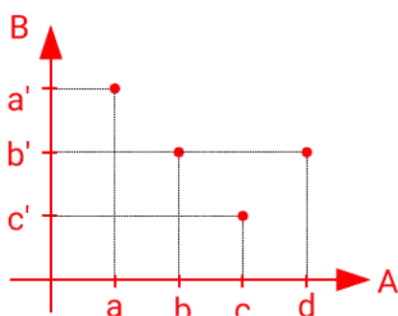
۱۰

۱. کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است؟ چرا؟ برای هر رابطه نمودار مختصاتی را رسم کنید.

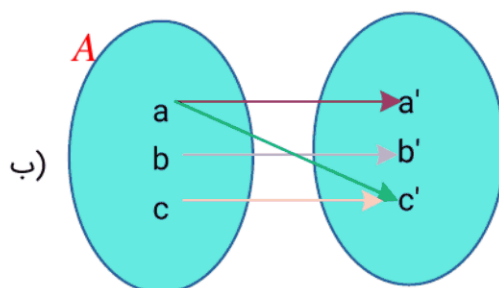
(الف)



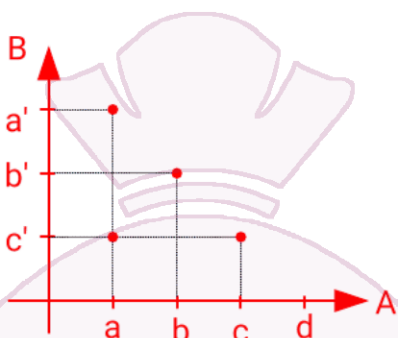
تابع است زیرا از هر یک از اعضای دامنه تنها یک پیکان خارج شده است.



(ب)

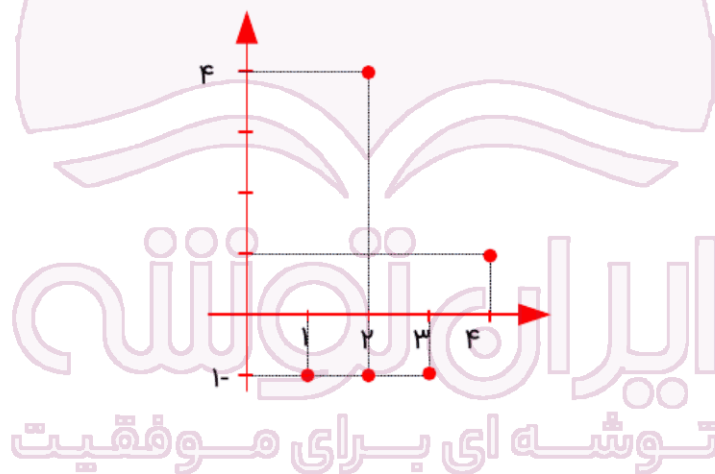


تابع نمی‌باشد زیرا از مؤلفه a دو پیکان خارج شده است.



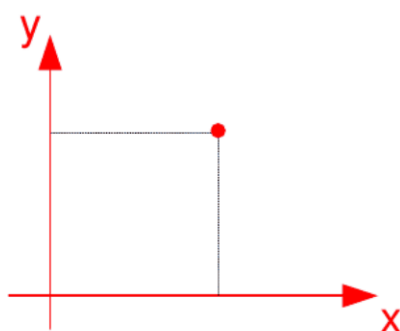
(پ) $f = (2, -1), (3, -1), (1, -1), (4, 1), (2, 4)$

تابع نیست زیرا دو زوج مرتب $(2, -1)$ و $(2, 4)$ دارای مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم متفاوت هستند.



(ت) $g = (1, 1)$

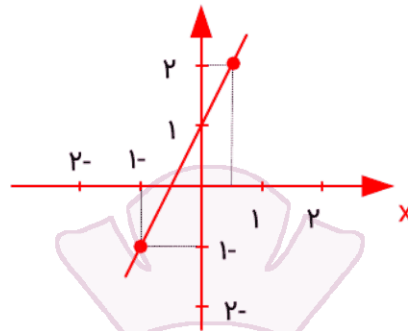
تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها نمودار را فقط در یک نقطه قطع می‌کند.



ث) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 2x + 1$

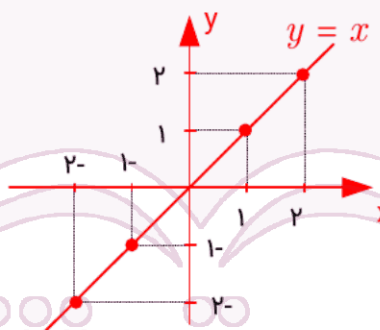
تابع است زیرا به اعضای هر عضو از دامنه فقط و فقط یک عضو از برد وجود دارد و اگر بخواهیم $y = 2x + 1$ را رسم کنیم هر خط به موازات محور y ها نمودار را فقط و فقط در یک نقطه قطع می‌کند.



ج) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = x$

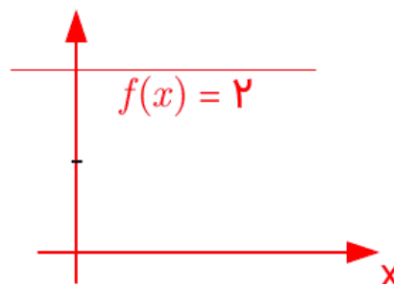
تابع است زیرا هر عضو از دامنه رابطه به خودش نظیر می‌شود. (تابع همانی)



ح) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 2$

تابع است، زیرا در شکل خطی موازی محورهای y ها وجود ندارد که نمودار را در دو نقطه قطع کند.



۲. بُرد هریک از توابع زیر را با توجه به ضابطه و دامنه داده شده، به دست آورید.

الف) $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = x^2 + x + 1, \quad A = \{0, -1, 1, 2, -2\}$$

$$f(0) = 0^2 + 0 + 1 = 1$$

$$f(-1) = (-1)^2 + (-1) + 1 = 1$$

$$f(1) = 1^2 + 1 + 1 = 3$$

$$f(2) = 2^2 + 2 + 1 = 7$$

$$f(-2) = (-2)^2 + (-2) + 1 = 3$$

$$\Rightarrow R_f = \{1, 3, 7\}$$

ب) $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \frac{x+1}{x}, \quad A = \{\frac{1}{2}, 1, -1, 2, -2\}$$

$$f(\frac{1}{2}) = \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 3$$

$$f(1) = \frac{1+1}{1} = 2$$

$$f(-1) = \frac{(-1)+1}{(-1)} = 0$$

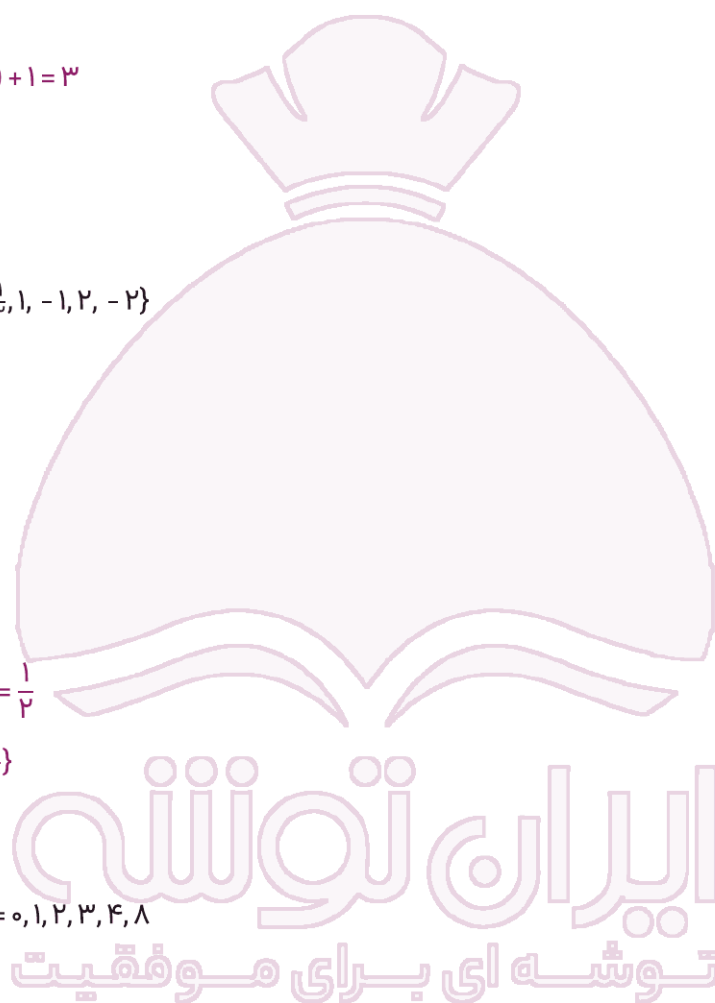
$$f(2) = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$f(-2) = \frac{-2+1}{-2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow R_f = \{3, 2, 0, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\}$$

پ) $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \sqrt{x+1}, \quad A = \{0, 1, 2, 3, 4, 8\}$$



$$f(0) = \sqrt{0+1} = 1$$

$$f(1) = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$f(2) = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$$

$$f(3) = \sqrt{3+1} = 2$$

$$f(4) = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$f(8) = \sqrt{8+1} = 3$$

$$\Rightarrow R_f = 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, 3$$

$$\text{ت) } f: A \rightarrow B$$

$$f(x) = x, \quad A = W = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$f(0) = 0$$

$$f(1) = 1$$

$$f(2) = 2$$

$$f(3) = 3$$

⋮

$$\Rightarrow R_f = 0, 1, 2, 3, \dots = W$$

$$\text{ث) } f: A \rightarrow B$$

$$f(x) = 0, \quad A = \mathbb{R}$$

هر عدد حقیقی به جای x قرار دهیم حاصل صفر می شود، یعنی:

$$f(1) = 0, f(-1) = 0, \dots \Rightarrow D_f = \mathbb{R}, R_f = \{0\}$$

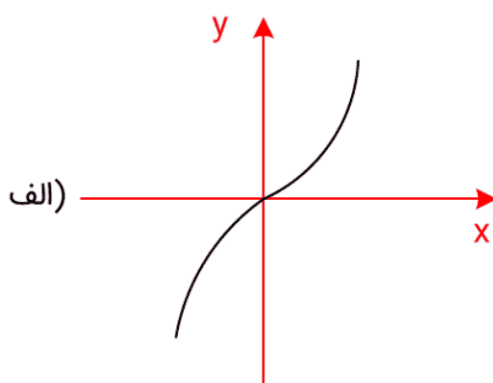
۳. تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۴ را نسبت می دهد. f کدام تابع است؟ حاصل $f(3)$ را بیابید.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (ب) $f(x) = 2\sqrt{x-4}$	$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (الف) $f(x) = 2(x-4)^3$
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (ت) $f(x) = 2\sqrt{x-4}$	$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (پ) $f(x) = 2x^3 - 4$

پاسخ گزینه ی پ می باشد: $f(3) = 2(3^3) - 4 = 50$

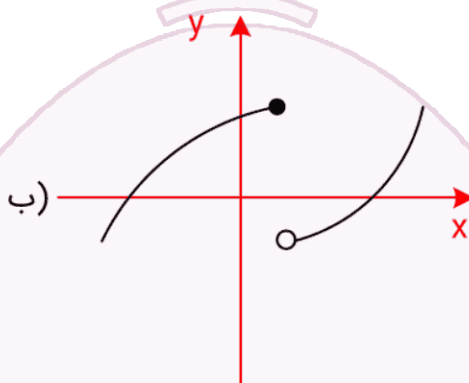
۴. کدام نمودار، نمایش یک تابع می باشد؟ چرا؟

(الف)



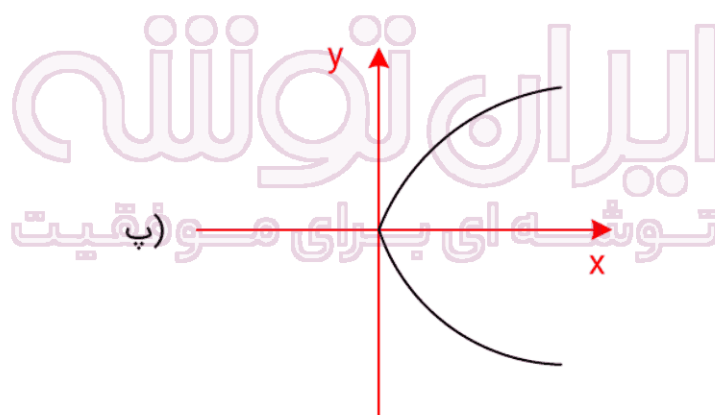
تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها که رسم کنیم نمودار را فقط و فقط در یک نقطه قطع می‌کند.

(ب)



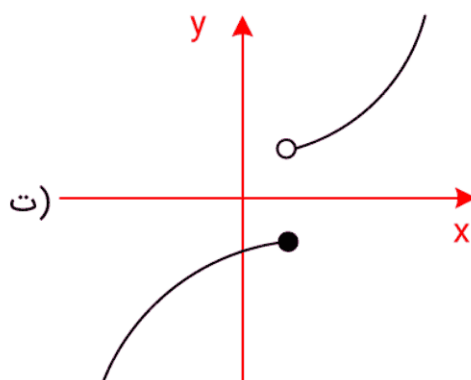
تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها که رسم کنیم نمودار را فقط و فقط در یک نقطه قطع می‌کند.

(پ)



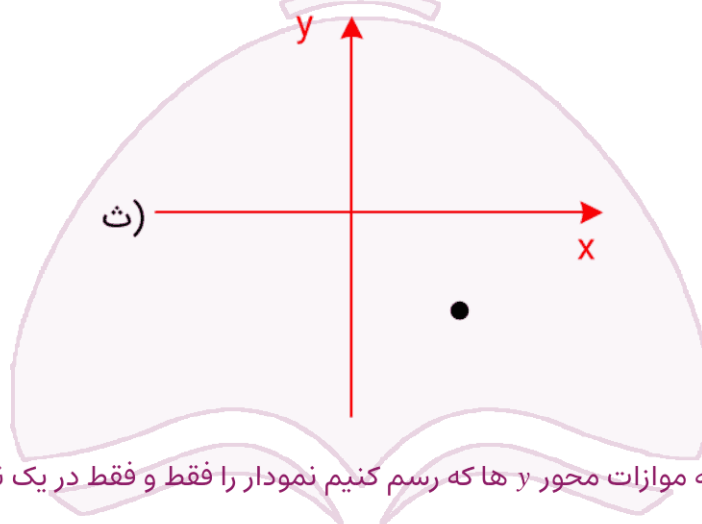
تابع نیست زیرا به عنوان مثال اگر خط $x=1$ را رسم کنیم نمودار تابع را در بیش از یک نقطه قطع می‌کند.

(ت)



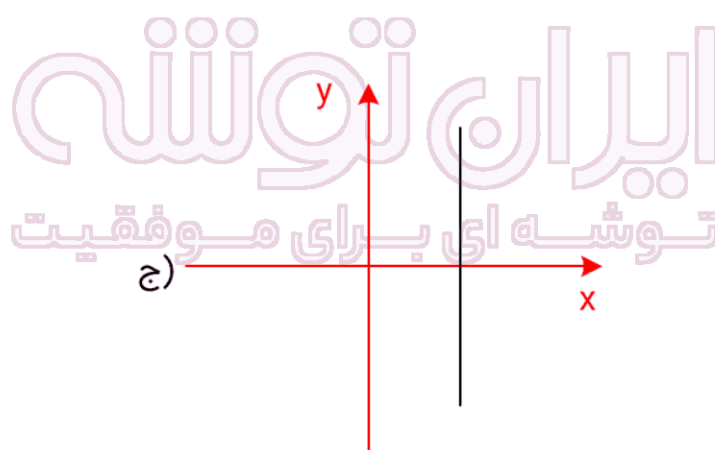
تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها که رسم کنیم نمودار را فقط و فقط در یک نقطه قطع می‌کند.

(ث)

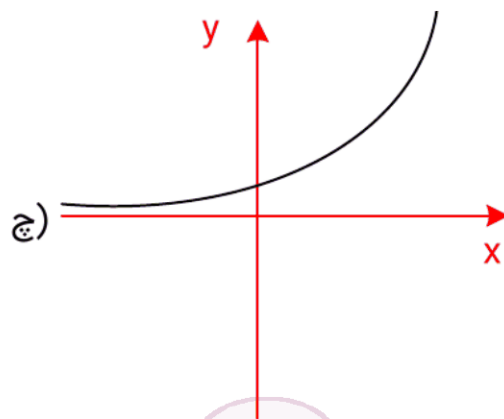


تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها که رسم کنیم نمودار را فقط و فقط در یک نقطه قطع می‌کند.

(ج)



تابع نیست زیرا اگر خط $x=2$ را به موازات محور y ها رسم کنیم نمودار تابع را در بیش از یک نقطه قطع می‌کند.



تابع است زیرا هر خط به موازات محور y ها که رسم کنیم نمودار را فقط و فقط در یک نقطه قطع می‌کند.

درس سوم: نمودار تابع خطی

صفحه ۷۰

فعالیت

۱۱

الف) طول یک فنر در حالتی که به آن هیچ وزنه ای آویزان نشده است ۵ سانتی متر می باشد و به ازای هر کیلو گرم وزنه ای که به آن آویزان شود نیم سانتی متر به طول آن افزوده می شود. طول فنر را در شکل های زیر مشخص کنید.



$y = 5 + 0/5m$ $y = 5 + 0/5$ $y = 5/5cm$	$y = 5 + 0/5 \times 2$ $y = 6cm$	$y = 5 + 0/5 \times 4$ $y = 5 + 2$ $y = 7cm$	$y = 5 + 0/5 \times 7$ $y = 5 + 3/5$ $y = 8/5cm$
--	-------------------------------------	--	--

ب) جدول زیر را تکمیل نمایید.

اندازه وزنه (بر حسب کیلوگرم)	۱	۲	۵	۷	۲۰	a
طول فنر (بر حسب سانتی متر)	۵/۵	۶	۷/۵	۸/۵	۱۵	$۵ + ۰/۵a$

پ) اگر تابع طول فنر را با f نشان دهیم مقادیر $f(۱), f(۴), f(۸), f(۱۰)$ (بر حسب سانتی متر) را محاسبه نمایید.

$$f(m) = ۵ + ۰/۵m \rightarrow$$

$$f(۱) = ۵ + ۰/۵ \times ۱ = ۵/۵$$

$$f(۴) = ۷$$

$$f(۸) = ۹$$

$$f(۱۰) = ۱۰$$

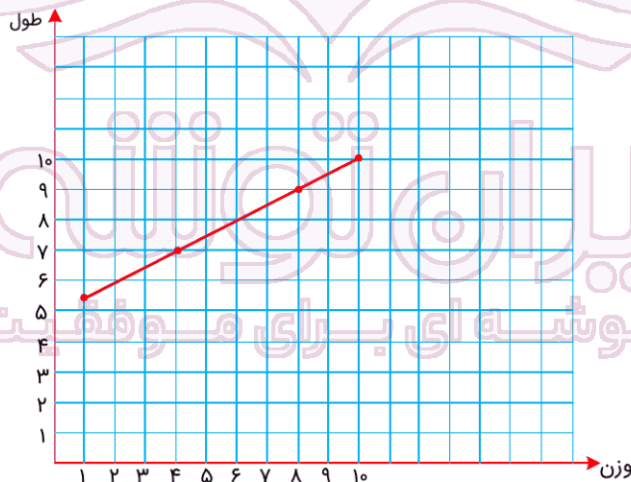
ت) نقاط به دست آمده از قسمت قبل را در یک دستگاه دو محور عمود بر هم مشخص کنید. نقاط حاصل را به هم وصل کنید.

$$f(۱) = ۵/۵ \Rightarrow (۱, ۵/۵)$$

$$f(۴) = ۷ \Rightarrow (۴, ۷)$$

$$f(۸) = ۹ \Rightarrow (۸, ۹)$$

$$f(۱۰) = ۱۰ \Rightarrow (۱۰, ۱۰)$$



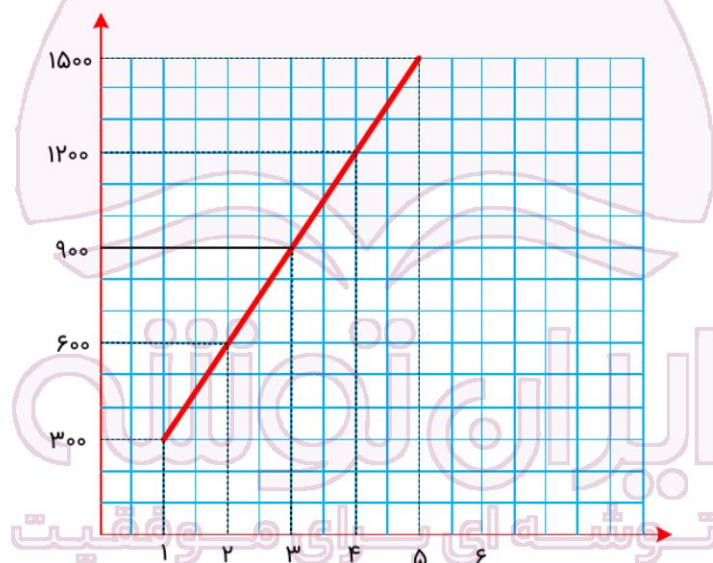
یک کارخانه تولید لوله‌های آبیاری کشاورزی در هر ساعت $\frac{1}{3}$ کیلومتر لوله تولید می‌کند.



اگر متراژی که این کارخانه پس از x ساعت تولید می‌کند بر حسب متر با $f(x)$ نشان دهیم جدول روبه رو را برای $f(x)$ به ازاء مقادیر مختلف x کامل نمایید:

بر حسب ساعت x	۱	۲	۳	۴	۵
بر حسب متر $f(x)$	۳۰۰	۶۰۰	۹۰۰	۱۲۰۰	۱۵۰۰

نقاط به دست آمده از جدول قسمت قبل را در یک دستگاه دو محور عمود بر هم مشخص کنید. نقاط حاصل را به هم وصل کنید.

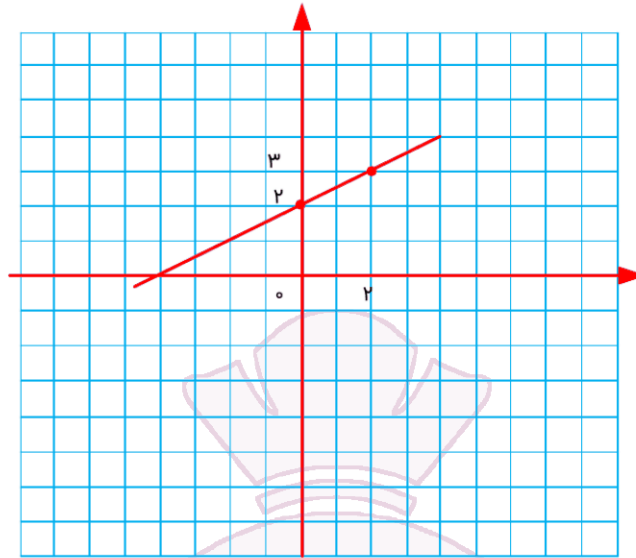


در یک تابع خطی $f(0)=2, f(2)=3$ با توجه به معادله خط که در کتاب ریاضیات نهم دیده اید ابتدا m و سپس به کمک آن $f(x)$ را مشخص نموده و نمودار تابع را رسم کنید.

$$m = \frac{11-2}{2-0} = \frac{1}{2}$$

معادله خط: $y - 0 = \frac{1}{3}(x - 2)$

بنابراین $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$



این فایل توسط سایت ایران توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir



صفحه ۷۳

کار در کلاس

۱۴

جدول زیر رابطه بین عمق و دمای سنگ های را در زیر زمین نشان می دهد. x معرف عمق (بر حسب کیلومتر) و y معرف دما (بر حسب سانتی گراد) می باشد.

x	۲	۴
y	۷۵	۱۸۵

اگر دمای سنگ ها تابع خطی بر حسب ارتفاع باشد ابتدا جدول زیر را کامل نمایید و به کمک آن تابع $y = f(x)$ را مشخص نموده سپس تعیین کنید در چه عمقی دما به ۴۴۰ درجه سانتی گراد می رسد؟

$f(2)$	$f(1)$	معادله تابع: $y = f(x)$	معادله خط: $y = mx - n$	شیب خط: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
$f(2) = 75$	$f(1) = 20$	$y = 55x - 35$		شیب خط $m = \frac{185 - 75}{4 - 2} = 55$

معادله خط: $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y - ۷۵ = ۵۵(x - ۲)$$

$$y = ۵۵x - ۲۵$$

$$۴۴۰ = ۵۵x - ۳۵ \Rightarrow ۵۵x = ۴۴۰ + ۳۵ \Rightarrow ۵۵x = ۴۷۵ \Rightarrow x = \frac{۴۷۵}{۵۵} = \frac{۹۵}{۱۱} = ۸/۶۳km$$

صفحه ۷۴

کار در کلاس

۱۵

در برنامه ریزی اقتصادی، اجتماعی و مواردی از این قبیل، اولین گام، پیش بینی جمعیت در برنامه ریزی است. برای برآورد جمعیت مدل های مختلفی وجود دارد که هرکدام ویژگی های خاص خود را دارند. انتخاب نوع مدل و استفاده از آن در درجه اول به اطلاعات موجود در زمان و سپس به هدف برنامه ریزی بستگی دارد. یکی از این روش ها مدل رشد خطی است. این مدل، الگویی از رشد جمعیت را توصیه می کند که در آن میزان جمعیت همچنان با نرخ فعلی خود تغییر می کند. (رشد جمعیت به صورت تابعی خطی نسبت به متغیر زمان می باشد) فرض کنیم جمعیت یک شهر در سال ۱۳۸۵ برابر یک میلیون و پنجاه هزار نفر و در سال ۱۳۹۵ برابر یک میلیون و دویست و هشتاد هزار نفر بوده است. اگر برای رشد جمعیت این شهر مدل الگویی رشد خطی را در نظر بگیریم با رسم نمودار تابع جمعیت، جمعیت این شهر را در ۱۴۰۵ به طور تقریبی برآورد کنید.

x	۱۳۸۵	۱۳۹۵	۱۴۰۵
y	۱/۰۵۰/۰۰۰	۱/۲۸۰/۰۰۰	x

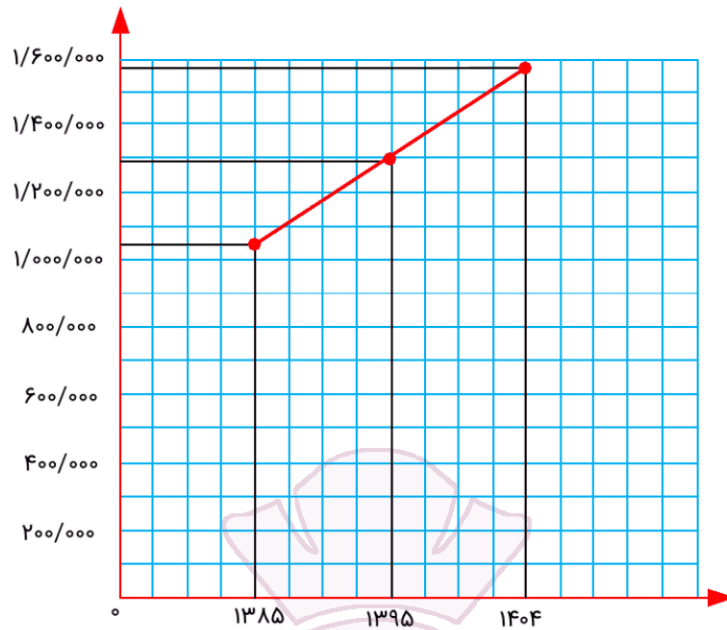
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{۱۲۸۰۰۰۰ - ۱۰۵۰۰۰۰}{۱۳۹۵ - ۱۳۸۵}$$

$$= \frac{۲۳۰۰۰۰}{۱۰} = ۲۳۰۰۰$$

$$۲۳۰۰۰ = \frac{x - ۱/۲۸۰/۰۰۰}{۱۰} \Rightarrow ۲۳۰۰۰۰ =$$

$$x - ۱/۲۸۰/۰۰۰ \Rightarrow x = ۱/۵۱۰/۰۰۰$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



صفحه ۷۵

کار در کلاس

۱۶

ضابطه تابع محیط مستطیل هایی که طول آنها ۴ واحد بیشتر از عرض آنها است را بر حسب عرض آن نوشته و نشان دهید یک تابع خطی است. آیا تابع مساحت آنها نیز یک تابع خطی است؟

x طول و y عرض و $x = y + 4$

محیط مستطیل $= (x + y) \times 2$ ، محیط مستطیل $= 2 \times (\text{عرض} + \text{طول})$

ملاحظه می شود که محیط مستطیل یک تابع خطی است.

محیط مستطیل $= (y + 4 + y) \times 2 = (2y + 4) \times 2 = 4y + 8$

مساحت مستطیل $= x \times x$ ، مساحت مستطیل $= \text{طول} \times \text{عرض}$

مساحت مستطیل $= (y + 4) \times y = y^2 + 4y$

ملاحظه می شود که مساحت یک تابع خطی نمی باشد.

صفحه ۷۵

کار در کلاس

۱۷

اگر نمودار تابع خطی f از مبدا عبور کرده و $f(-1) = 2$ نمودار و ضابطه تابع f را مشخص کنید.

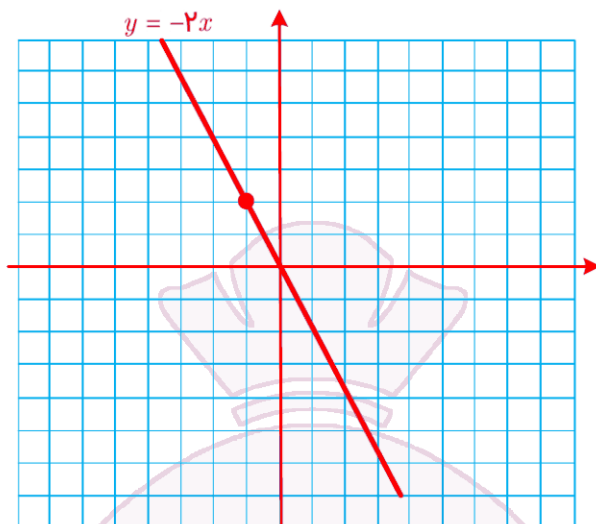
چون نمودار تابع خطی f از مبدا عبور می کند پس نقطه $(0, 0)$ روی نمودار قرار دارد و چون $f(-1) = 2$ بنابراین نقطه $(-1, 2)$ نیز جز نمودار می باشد.

بنابراین خواهیم داشت:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{2 - 0}{-1 - 0} = -2$$

$$y - 0 = -2(x - 0) \Rightarrow y = -2x$$

ضابطه تابع f برابر می شود با: $y = -2x$



صفحه ۷۵

تمرین

۱۸

۱. مقادیر m, n را چنان بیابید تا در تابع با ضابطه $f(x) = mx + n$ داشته باشیم $f(2) = 4, f(1) = 1$

$$y = mx + n$$

$$f(1) = 1 \Rightarrow 1 = m(1) + n \Rightarrow 1 = m + n$$

$$f(2) = 4 \Rightarrow 4 = m(2) + n \Rightarrow 4 = 2m + n$$

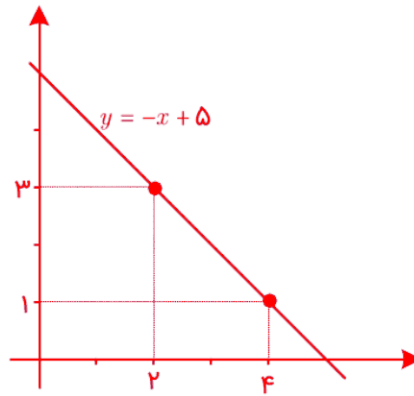
$$m + n = 1, 2m + n = 4 \Rightarrow -m - n = -1, 2m + n = 4$$

$$\Rightarrow m = 3, 3 + n = 1 \Rightarrow n = -2 \Rightarrow f(x) = 3x - 2$$

۲. ضابطه تابع خطی f که از نقاط $(2, 3), (4, 1)$ می گذرد را مشخص کنید و نمودار آن را رسم نمایید.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{3 - 1}{2 - 4} = -1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 3 = (-1)(x - 2) \Rightarrow y = -x + 5$$



۳. در تابع خطی f داریم $f(1) = 5, f(2) = 8$ مقادیر $f(-3), f(5)$ را بیابید.

$$f(1) = 5 \Rightarrow (1, 5)$$

$$f(2) = 8 \Rightarrow (2, 8)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{8 - 5}{2 - 1} = \frac{3}{1} = 3$$

$$y - 5 = 3(x - 1) \Rightarrow y = 3x + 2$$

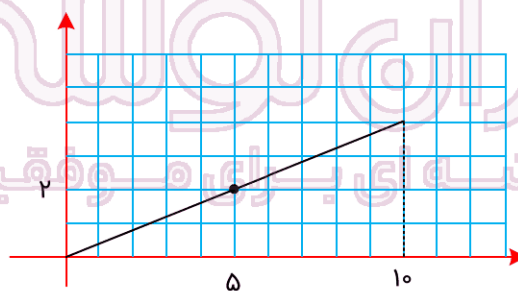
$$f(-3): 3(-3) + 2 = -7, \quad f(-3) = -7$$

$$f(5): 3(5) + 2 = 17, \quad f(5) = 17$$

ضابطه تابع خطی $y = 3x + 2$

۴. نمودار تابع خطی را رسم نمایید که دامنه آن برابر $A = \{x \in R \mid 0 \leq x \leq 10\}$ از نقطه $A(5, 2)$ بگذرد.

با داشتن یک نقطه بی‌نهایت خط گذرنده از آن نقطه رسم می‌شود که چون دامنه تابع داده شده است، همه خطها باید در بازه $[0, 10]$ باشند. یکی از آنها به صورت زیر است:



۵. نمودار یک تابع خطی از مبدا می‌گذرد و $f(2) = 7$ در این صورت اختلاف $f(0/1), f(-0/1)$ را به دست آورید.

$$y = mx$$

$$m = \frac{y}{x} = \frac{7}{2}$$

$$y = \frac{7}{2}x$$

$$f(0/1) = \frac{7}{2}(0/1) = \frac{7}{2}$$

$$f(-0/1) = \frac{7}{2}(-0/1) = -\frac{7}{2}$$

$$f(0/1) - f(-0/1) = \left(\frac{7}{2}\right) - \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{14}{2} = 7$$

۶. رابطه بین دما بر حسب سانتی گراد و فارنهایت به صورت $F = \frac{9}{5}C + 32$ می‌باشد. دمای یک جسم 20° درجه سانتی گراد بالا رفته است، دمای آن بر حسب فارنهایت چقدر افزایش داشته است؟

$$f = \frac{9}{5}C + 32$$

$$0^\circ \Rightarrow f = \frac{9}{5}(0) + 32 = 32$$

$$20^\circ \Rightarrow F = \frac{9}{5}(20) + 32 = 68$$

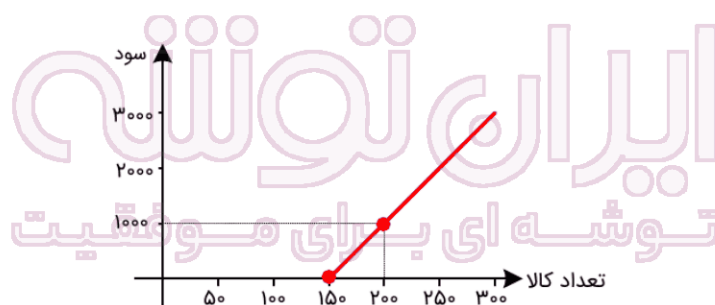
$$68 - 32 = 36$$

۳۶ درجه بر حسب فارنهایت افزایش یافته است.

۷. یک شرکت برای تولید x کالا، $C(x) = 3000 + 50x$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۷۰ تومان می‌فروشد.

الف) تابع سود را تعیین کنید و نمودار آن را رسم نمایید.

سود = درآمد - هزینه ، تابع سود $= 70x - (3000 + 50x)$



ب) این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا باید بفروشد تا سود دهی آغاز شود؟

$$= 70x - 3000 - 50x$$

$$= 20x - 3000$$

$$20x - 3000 = 0 \Rightarrow 20x = 3000 \Rightarrow x = 150 \Rightarrow x > 150$$

از کالای ۱۵۰ (صد و پنجاه و یکم) سود دهی آغاز می‌شود.

درس چهارم: نمودار تابع درجه ۲

صفحه ۷۷

فعالیت

۱۹

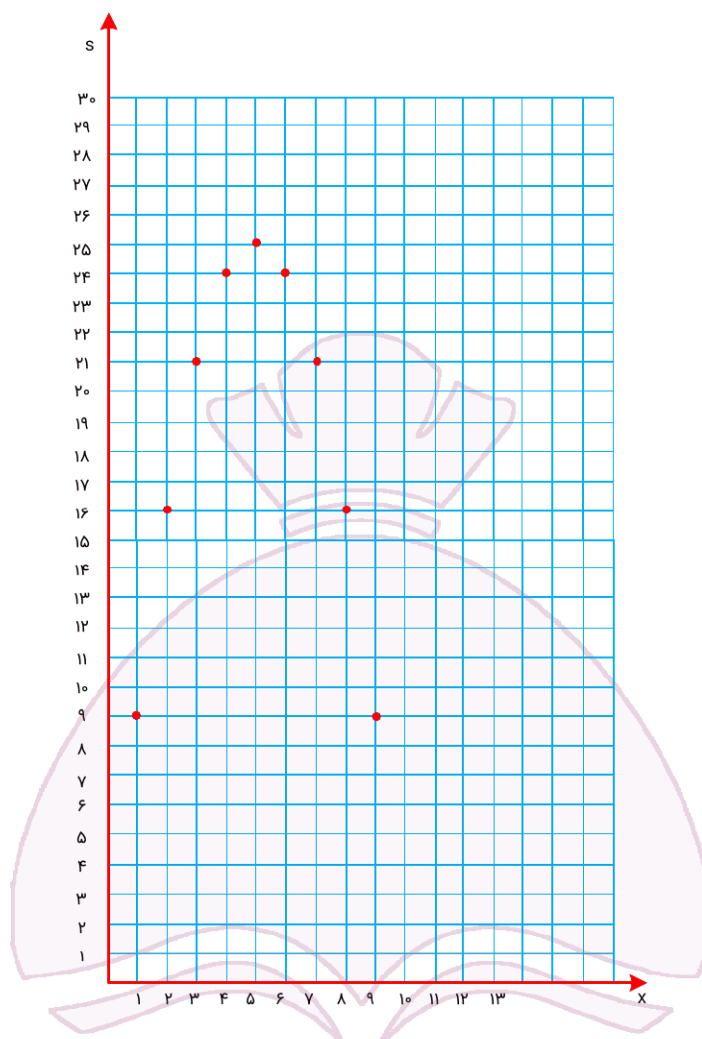
برای برگزاری یک جلسه با کنار هم قرار دادن تعدادی میز به صورت مربع‌هایی 1×1 یک میز مستطیل شکل با محیط ثابت ۲۰ تهیه می‌کنیم. اندازه ضلعی که صندلی رئیس جلسه در آن قرار می‌گیرد را با x و اندازه ضلع دیگر را با y نشان می‌دهیم همچنین مساحت مستطیل را با s نشان دهیم.

الف) جدول زیر را کامل کنید.

x	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
y	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
s	۹	۱۶	۲۱	۲۴	۲۵	۲۴	۲۱	۱۶	۹
(x, s)	(۱, ۹)	(۲, ۱۶)	(۳, ۲۱)	(۴, ۲۴)	(۵, ۲۵)	(۶, ۲۴)	(۷, ۲۱)	(۸, ۱۶)	(۹, ۹)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

ب) اگر هر زوج مرتب (x, s) را یک نقطه فرض کنیم، این نقاط را در دستگاه مختصات محورهای زیر مشخص کنید.



صفحه ۷۸

فعالیت

۲۰

یک شرکت نقاشی ساختمانی قیمتی که برای رنگ آمیزی روزانه هر مترمربع از دیوار بیرونی یک کارخانه برای گروه کارگران خود تعیین می‌کند، مبلغ $x - ۱۲۰۰$ تومان می‌باشد. x میزان رنگ آمیزی روزانه گروه بر حسب متر مربع است. هزینه رفت و آمد و صرف غذا گروه به طور ثابت روزانه ۳۰۰۰۰ تومان و همچنین متر مربعی ۲۰۰ تومان هزینه لوازم مصرفی بر عهده گروه است.

الف) قیمت پرداختی شرکت برای هر متر مربع رنگ آمیزی به ازای $x = ۲۰۰$ (۲۰۰ متر کار در یک روز) و $x = ۳۰۰$ چقدر است؟

$$\text{هزینه گروه برای } ۲۰۰ \text{ متر رنگ آمیزی} = ۲۰۰ \times ۱۰۰۰ + ۳۰۰۰۰ + ۲۰۰ \times ۲۰۰ = ۲۷۰۰۰۰$$

$$\text{هزینه گروه برای } ۳۰۰ \text{ متر رنگ آمیزی} = ۳۰۰ \times ۹۰۰ + ۳۰۰۰۰ + ۳۰۰ \times ۲۰۰ = ۲۷۰۰۰۰ + ۳۰۰۰۰ + ۶۰۰۰۰ = ۳۶۰۰۰۰$$

ب) هزینه گروه در یک روز به ازای $x = ۲۰۰$ و $x = ۳۰۰$ چقدر است؟

$$1200 - 300 = 900 \text{ تومان}$$

$$1200 - 200 = 1000 \text{ تومان}$$

پ) اگر تابع سود گروه را با p نشان دهیم $p(300), p(200), p(100), p(20)$ را محاسبه نمایید.

$$p(20) = 20 \times (1200 - 20) - (30000 + 20 \times 200) = -10400$$

$$p(100) = 100 \times (1200 - 100) - (30000 + 100 \times 200) = 11000 - 50000 = -39000$$

$$p(200) = 200 \times (1200 - 200) - (30000 + 200 \times 200) = 20000 - 70000 = -50000$$

$$p(300) = 300 \times (1200 - 300) - (30000 + 300 \times 200) = 27000 - 90000 = -63000$$

ت) حاصل $p(x)$ را به دست آورده و آن را ساده نمایید.

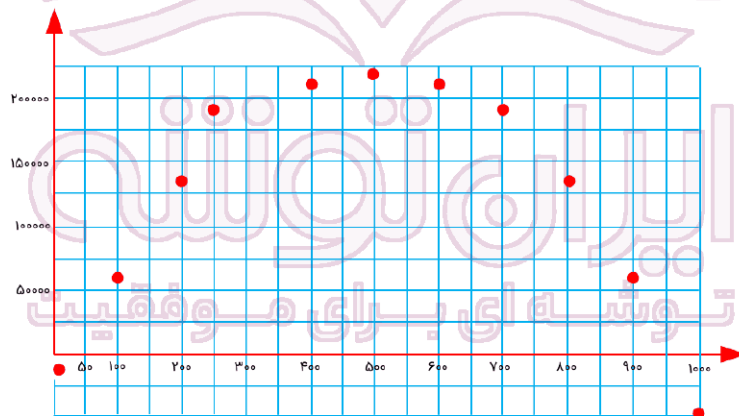
$$P(x) = \text{هزینه} - \text{درآمد} = x(1200 - x) - (30000 + 200x)$$

$$= 1200x - x^2 - 30000 - 200x = -x^2 + 1000x - 30000$$

ث) جدول زیر را برای $p(x)$ به ازاء مقادیر مختلف x کامل نمایید.

x	20	100	200	300	400	500	600	700	800	900
$p(x)$	-10400	-39000	-50000	-63000	-76000	-89000	-102000	-115000	-128000	-141000

ج) نقاط به دست آمده از جدول قسمت قبل را در یک دستگاه دو محور عمود بر هم مشخص کنید. نقاط حاصل را به هم وصل کنید.

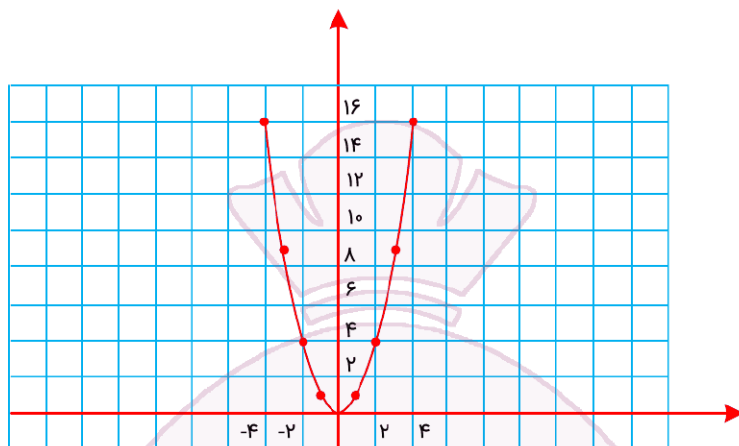


چ) توجیه نقاطی که پایین تر از محور افقی قرار می گیرند چیست؟ آیا هرچه متراژ بیشتری رنگ آمیزی شود، گروه سود بیشتری کسب می کند؟

خیر. زیرا با توجه به اینکه قیمت رنگ آمیزی هر متر مربع را از فرمول $1200 - x$ (x میزان رنگ آمیزی) به دست می آید. مشاهده می شود که هر چه میزان رنگ آمیزی (x) روزانه بیشتر می شود مبلغ رنگ آمیزی کمتر می شود و برابر متراژهای بالای ۱۲۰۰ متر در واقع منفی می شود که منطقی نمی باشد.

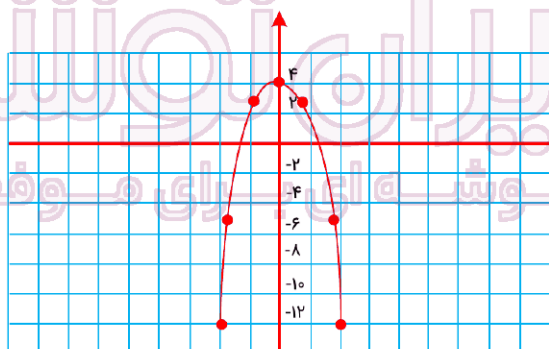
ابتدا جدول زیر را کامل کرده و سپس به کمک آن نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2$ را رسم کنید.

x	...	-۴	-۳	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳	۴	...
y	...	۱۶	۹	۴	۱	۰	۱	۴	۹	۱۶	...



جدول زیر را کامل کرده و به کمک آن نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 4 - x^2$ را رسم کنید.

x	...	-۴	-۳	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳	۴	...
y	...	-۱۲	-۵	۰	۳	۴	۳	۰	-۵	-۱۲	...



نقاط رأس سهمی‌هایی که معادلات آنها داده شده است را مشخص کنید.

الف) $y = x^2$

$$x = \frac{-b}{2a} = -\frac{0}{2} = 0 \Rightarrow S(0, 0)$$

ب) $y = 4 - x^2$

$$x = \frac{-b}{2a} = -\frac{0}{(-2)} = 0 \Rightarrow S(0, 4)$$

پ) $y = 2x^2 - 4x + 1$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow S(1, -1)$$

ت) $y = 2(x-1)^2 + 1$

$S(1, -1)$

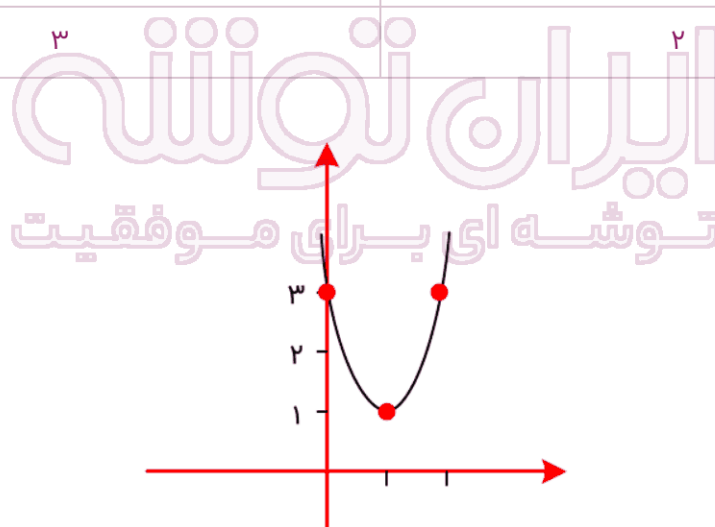
صفحه ۸۲

کار در کلاس

۲۴

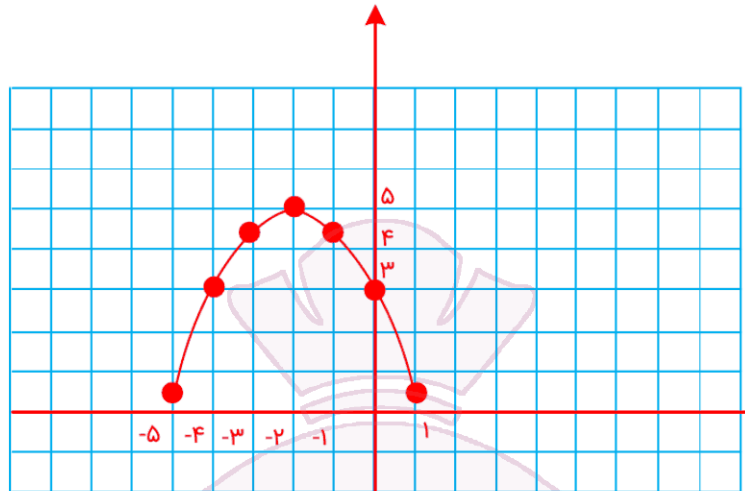
الف) راس سهمی به معادله $y = 2(x-1)^2 + 1$ را مشخص کرده و به کمک آن نمودار سهمی را رسم کنید.
برای یافتن محور تقارن کافی است که قسمت مربع کامل را برابر صفر قرار دهیم.
 $(x-1)^2 = 0 \Rightarrow x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$ و با قرار دادن $x = 1$ در معادله سهمی ملاحظه می‌شود $(1, 1)$ رأس سهمی است.

x	y
0	3
1	1
2	3



ب) جدول زیر را کامل کرده و به کمک آن نمودار سهمی به معادله $y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 5$ را رسم کنید.

x	...	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	$\frac{1}{4}$	3	$\frac{9}{4}$	0	$\frac{9}{4}$	3	$\frac{1}{4}$	...



صفحه ۸۳

کار در کلاس

۲۵

نمودار تابع درجه دوم $y = -x^2 + 6x - 10$ و $y = 2x^2 + 4x + 1$ را رسم کنید.

$$y = -x^2 + 6x - 10$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(-1)} = 3$$

$$y = -3^2 + 6(3) - 10 = -1$$

$$S(3, -1)$$

x	...	1	2	3	4	5	...
y	...	-5	-2	-1	-2	-5	...

$$y = 2x^2 + 4x + 1$$

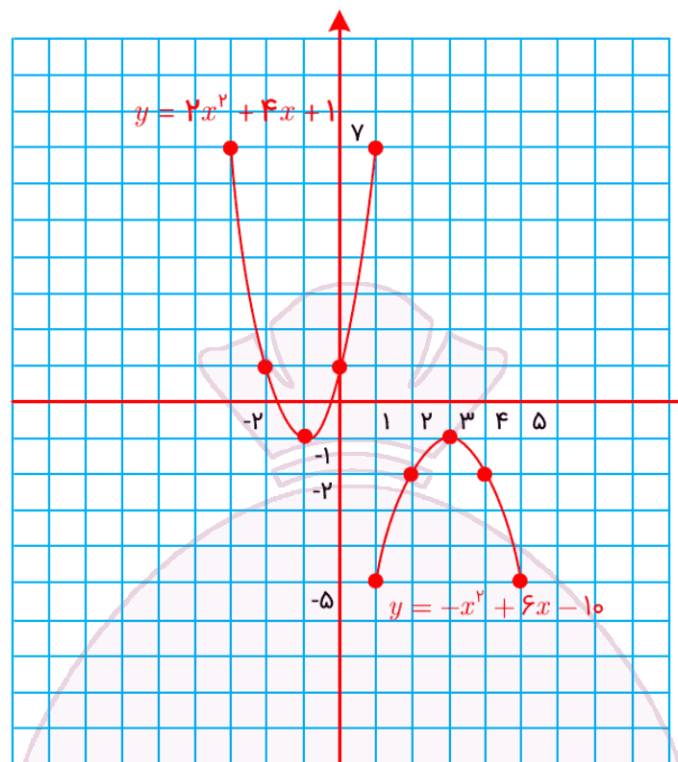
$$y = 2\left(x^2 + 2x + \frac{1}{2}\right)$$

$$y = [(x+1)^2 - \frac{1}{2}]$$

$$y = 2(x+1)^2 - 1$$

$$S(-1, -1)$$

x	...	-۳	-۲	-۱	۰	۱	...
y	...	۷	۱	-۱	۱	۷	...



صفحه ۸۴

تمرین

۲۶

۱. نمودار سهمی‌ها به معادلات $y = x^2 - 2x$ و $y = -(x-1)^2 + 1$ و $y = x^2 + 4x + 1$ را رسم کنید.

$$y = x^2 - 2x$$

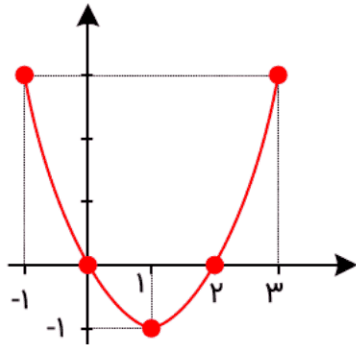
$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y = 1^2 - 2(1) = -1$$

$$S(1, -1)$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

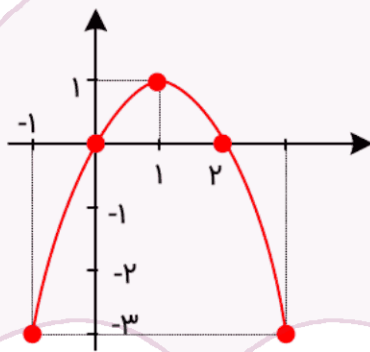
x	...	-۱	۰	۱	۲	۳	...
y	...	۳	۰	-۱	۰	۳	...



$$y = -(x-1)^2 + 1$$

$$S(1, 1)$$

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	-3	0	1	0	-3	...

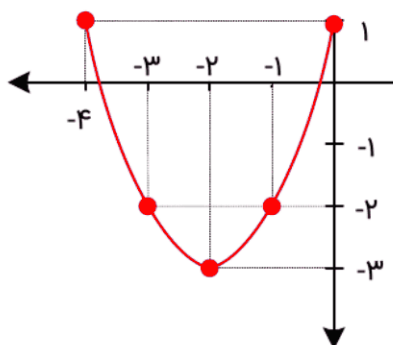


$$y = x^2 + 4x + 1 \Rightarrow y = x^2 + 4x + 4 - 4 + 1$$

$$y = (x+2)^2 - 3$$

$$S(-2, -3)$$

x	...	-4	-3	-2	-1	0	...
y	...	1	-2	-3	-2	1	...



۲. اگر تابع درآمد به صورت $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$ و تابع هزینه $y = 18x + 40$ باشد ماکسیمم مقدار سود را مشخص کنید.

$$y = R(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$$

$$y = c(x) = 18x + 40$$

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 18x - 40 \Rightarrow P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 12x - 40$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2(-\frac{1}{2})} = 12. \text{ تعداد واحد کالا تولید شده برای آنکه سود ماکزیمم شود ۱۲ است.}$$

$$P(12) = -\frac{1}{2}(12)^2 + 12(12) - 40$$

$$P(12) = -77 + 144 - 40 = 27$$

۳. محیط مستطیلی ۲۶ متر است، اگر اندازه یکی از اضلاع را با x و مساحت را با s نشان دهیم ابتدا نمودار تابع مساحت را بر حسب x رسم کنید. سپس به کمک نمودار مشخص کنید به ازاء چه مقداری از x مساحت مستطیل ماکسیمم می‌شود.

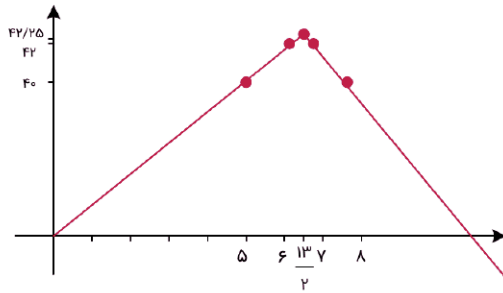
$$P = (x + y) \times 2 = 26 \Rightarrow x + y = 13 \Rightarrow y = 13 - x$$

$$s = xy \Rightarrow S = x \times (13 - x) = 13x - x^2$$

$$x = \frac{-13}{2(-1)} = \frac{13}{2}$$

$$y = 13 - x \Rightarrow y = 13 - \frac{13}{2} = \frac{13}{2}$$

x	...	۵	۶	$\frac{13}{2}$	۷	۸	...
y	...	۴۰	۴۲	۴۲/۲۵	۴۲	۴۰	...



۴. اگر $2x + a = 100$ باشد x و a را طوری بیابید که $y = xa$ ماکسیمم شود.

$$2x + a = 100 \Rightarrow a = 100 - 2x$$

$$y = xa = x(100 - 2x) = 100x - 2x^2 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-100}{2(-2)} = 25 \Rightarrow x = 25$$

$$a = 100 - 2(25) = 50 \Rightarrow a = 50$$

۵. در یک تولیدی نوعی لامپ برای مصارف پزشکی تولید می‌شود. هر یک از لامپ‌ها را می‌تواند به قیمت ۲۰۰ تومان بفروشد. اگر هر روز x واحد لامپ تولید کند و بفروشد و تابع هزینه آن برابر $C(x) = x^2 + 40x + 100$ باشد: الف) تابع سود روزانه این تولیدی را بنویسید.

$$C(x) = x^2 + 40x + 100 \text{ معادله هزینه}$$

$$R = x \times P \Rightarrow R(x) = 200x \Rightarrow P(x) = 200x - x^2 - 40x - 100 \Rightarrow P(x) = -x^2 + 160x - 100$$

ب) چند لامپ در روز تولید کند تا بیشترین سود را داشته باشد.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-160}{2(-1)} \Rightarrow x = 80$$

پ) بیشترین سود روزانه این کارگاه چقدر است؟

$$P(80) = -(80)^2 + 160(80) - 100 \Rightarrow P(80) = -6400 + 12800 - 100 \Rightarrow P(80) = 6290$$

توشه ای برای موفقیت

این فایل توسط سایت ایران توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

